

Università di Pavia

Econometria

2008-2009

Esercizi 5

Maggio, 2009

Istruzioni: I commenti devono essere concisi!

1. Dato il MRL

$$y_t = \mathbf{x}'_t \beta + \epsilon_t \quad t = 1, \dots, N.$$

con $\epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$. Provate che sotto l'ipotesi che $\mathbf{R}\beta = \mathbf{c}$, lo stimatore

$$s^2 = \frac{(\mathbf{y} - \mathbf{X}\tilde{\beta})'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\tilde{\beta})}{N - K + r}$$

dove r è il numero delle restrizioni, è non distorto per σ^2 .

2. Un economista riporta un insieme di stime: $\hat{\beta}_1 = 1$ e $\hat{\beta}_2 = 0,8$ con i rispettivi errori standard $se(\hat{\beta}_1) = 0,07$ e $se(\hat{\beta}_2) = 0,07$. L'autore scrive "Le stime mostrano che β_1 è più grande di β_2 "

(a) Scrivete la formula per l'intervallo di confidenza di $\theta = \beta_1 - \beta_2$, espresso in funzione delle stime, $\hat{\beta}_1$ e $\hat{\beta}_2$ e degli errori standard e $\hat{\rho}$; dove $\hat{\rho}$ è il coefficiente di correlazione stimato tra $\hat{\beta}_1$ e $\hat{\beta}_2$.

(b) Si può calcolare $\hat{\rho}$ con le informazioni riportate?

(c) Ha ragione l'autore? Le informazioni riportate supportano le affermazioni dell'economista?

3. Considerate la funzione di produzione Cobb-Douglas:

$$Y = \beta_1 L^{\beta_2} K^{\beta_3} \quad (1)$$

dove Y = output, L = lavoro e K = capitale.

Dividendo la (1) per K , otteniamo

$$\frac{Y}{K} = \beta_1 L^{\beta_2} K^{\beta_3 - 1} \quad (2)$$

(a) Supponete di voler stimare i parametri $\beta_1, \beta_2, \beta_3$. Come dovete trasformare l'espressione in 2 per ottenere un modello econometrico?

(b) Con i dati nel file *cobb_douglas.csv* (il separatore è il punto e virgola) testate l'ipotesi che vi siano rendimenti costanti di scala $(\beta_2 + \beta_3) = 1$. Nel file sono presenti le variabili: PIL = Y, occupati = L, Capitale = K.

- (c) Come cambierebbe la procedura di test per l'esistenza di rendimenti costanti di scala se dividessimo per L invece che per K l'espressione al (1)? Effettuate il test con i nuovi vincoli e riportate il risultato con un breve commento.
4. Utilizza i dati contenuti nel file `ESERCIZIO.csv`. Supponi di essere interessato a valutare se il rendimento, in termini di stipendio, di un anno in più di istruzione sia lo stesso per gli uomini e per le donne. Considerando una regressione di $\log(wage)$ solamente su *educ* e *female*:
- (a) Che modello lineare suggerisci per verificare la presenza di un differenziale negli stipendi costante tra uomini e donne oltre che di un differenziale nel rendimento di un anno in più di istruzione?
 - (b) A che parametro corrisponde l'intercetta per gli uomini? Come si misura l'effetto di un anno in più di istruzione per gli uomini?
 - (c) A che parametro corrisponde l'intercetta per le donne? Come si misura l'effetto di un anno in più di istruzione per le donne?
 - (d) Commenta i risultati della stima OLS del modello da te proposto sui dati contenuti in `ESERCIZIO.csv`.
 - (e) Valuta il numero di anni di istruzione in corrispondenza del quale uomini e donne guadagnano lo stesso stipendio?
 - (f) Come imporresti la condizione che il rendimento di un anno in più di istruzione sia lo stesso per gli uomini e per le donne. Verifica tale condizione nei dati.
 - (g) Verifica, infine, se lo stipendio atteso è identico sia per gli uomini che per le donne, a parità di anni di istruzione.